

# MATHEMATIK GRUNDLAGEN

## LEKTION 1: WAS IST „WAHR“?



VON TIMOTHY HALL

# VORSTELLUNGSRUNDE

**PRONOMEN: ER, IHM, IHN**

**GEBOREN: 1989 IN WIEN**

**BILDUNGSABSCHLÜSSE:**

**ABITUR**

**BACHELOR PHYSIK**

**MASTER SOZIOLOGIE**



# KURSPROGRAMM

24.11.2020

Lektion 1:  
*Logik, Mengenlehre,  
Grundbegriffe*

15.12.2020

Lektion 4:  
*Bruchrechnung*

01.12.2020

Lektion 2:  
*Natürliche Zahlen,  
Addition,  
Multiplikation*

12.01.2021

Lektion 5:  
*Algebra, Runden,  
Dreisatz*

08.12.2020

Lektion 3:  
*Rationale Zahlen,  
Subtraktion,  
Division, Brüche*

19.01.2021

Lektion 6:  
*Ausblick auf  
weitere Methoden*



# RECHNEN VS MATHEMATIK



# RECHNEN

Eine feste Abfolge von einzelnen Schritten und Aufgaben.

## Beispiel:

*Du willst  $X$  wissen,  
dann:*

*Tue A!*

*Tue B!*

*Tue C!*

*Wiederhole bis Du am  
Ziel bist.*

Wir sprechen auch von einem „Algorithmus“.

# MATHEMATIK

Was weiß Ich?

Was könnte Ich wissen?

Wie komme Ich dahin?

Wie kann Ich das berechnen?

„LOGIK“

# DIE ÜBLICHE LERNRICHTUNG

Grundrechenarten

Kurvendiskussion

Bruchrechnung

Stochastik

Dreisatz

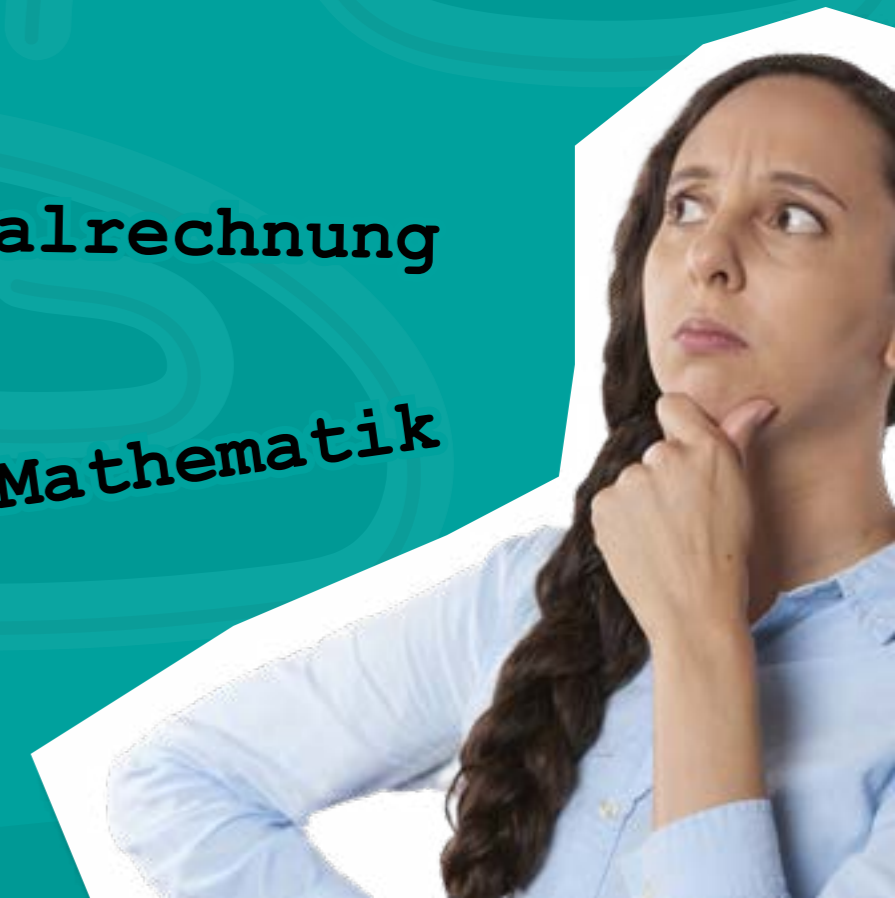
Infinitesimalrechnung

Prozente

Logik & Höhere Mathematik

Algebra

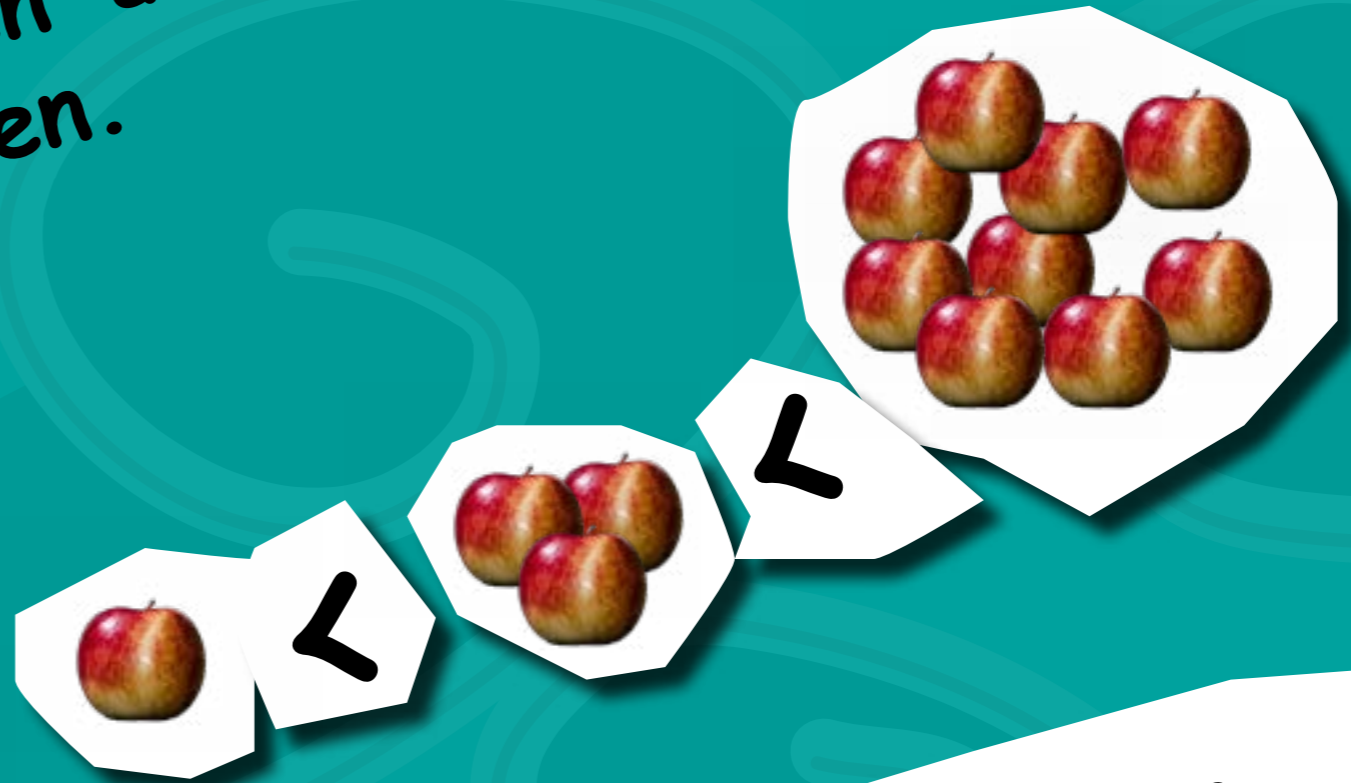
Topologie



# WARUM BRAUCHEN WIR DAS?

Die Frage ist wichtig, weil wir in Großteil unseres Lebens auch ohne Zahlen sehr gut zurecht kommen. Also wozu Rechnungen und Mathematik?

Im wesentlichen reicht es  
aus Dinge unterscheiden und  
vergleichen zu können.



ja/nein



# LERNZIEL FÜR HEUTE

# LERNZIEL FÜR HEUTE

1

# LERNZIEL FÜR HEUTE

1

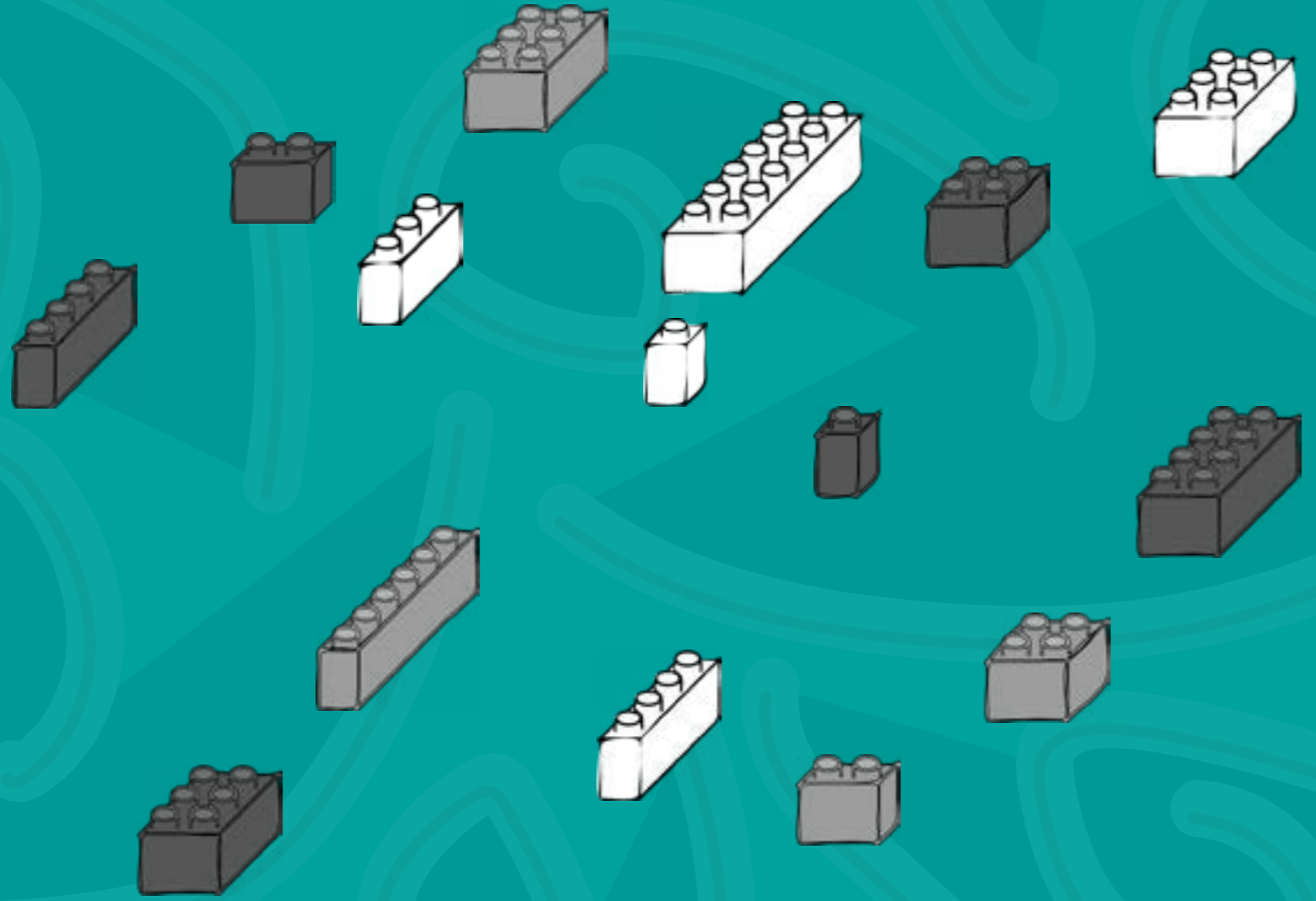
Was ist „Eins“?

# LERNZIEL FÜR HEUTE

1

. . . und warum ist „Eins“?

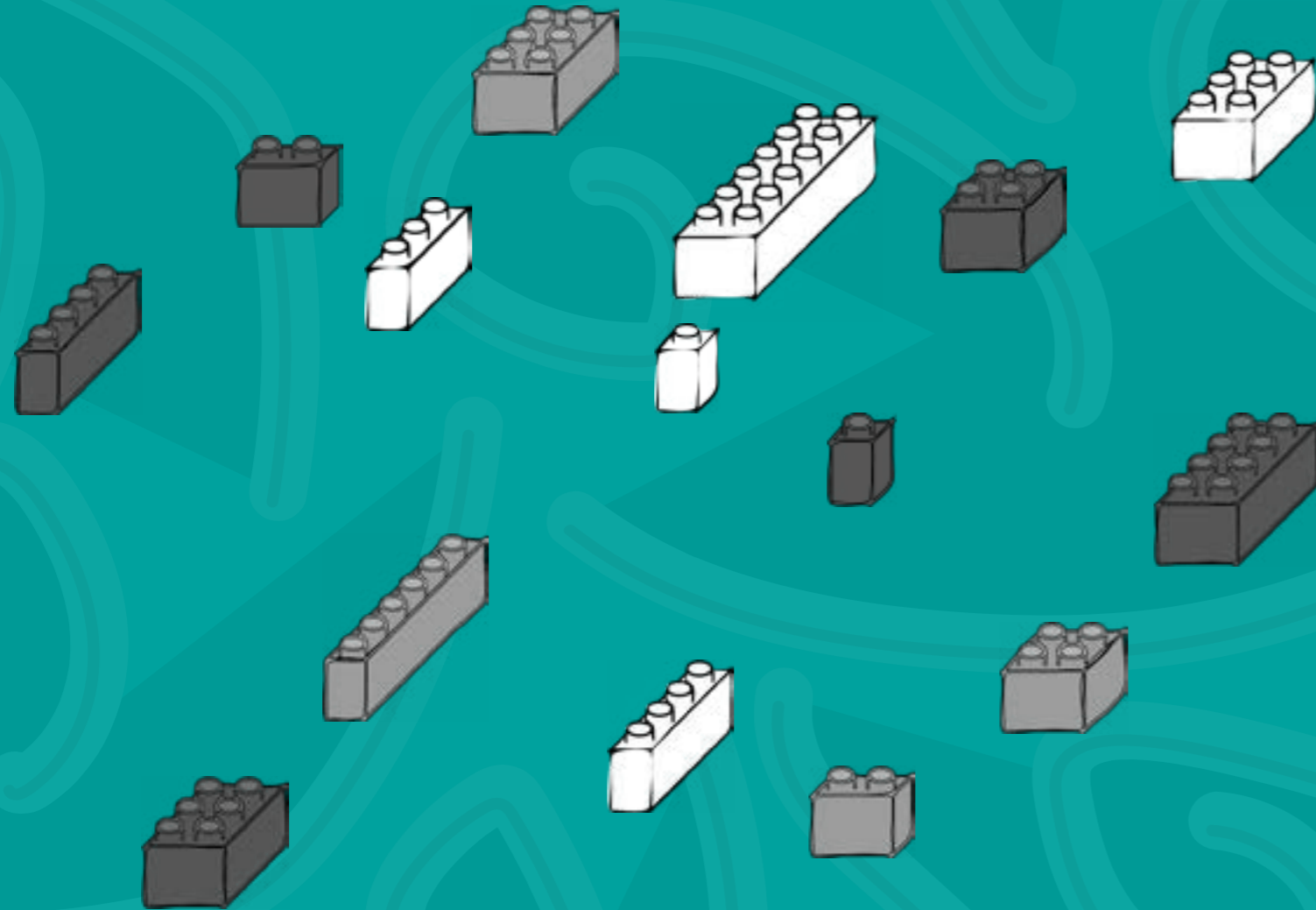
# AUFWÄRMÜBUNG



Frage 1: Was ist das?

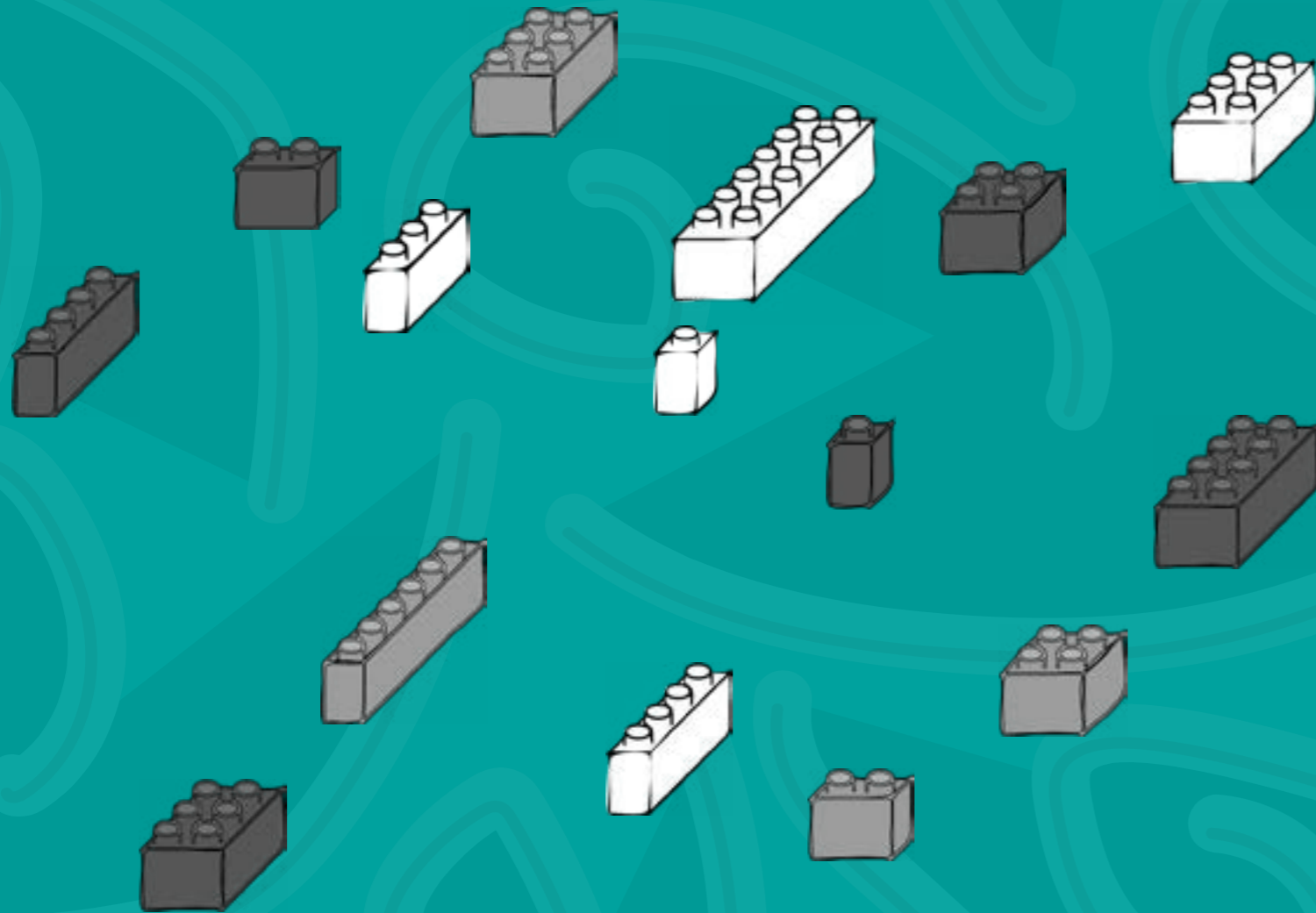
# AUFWÄRMÜBUNG

Frage 1: Was ist das?



Eine Menge von Bausteinen.

# AUFWÄRMÜBUNG



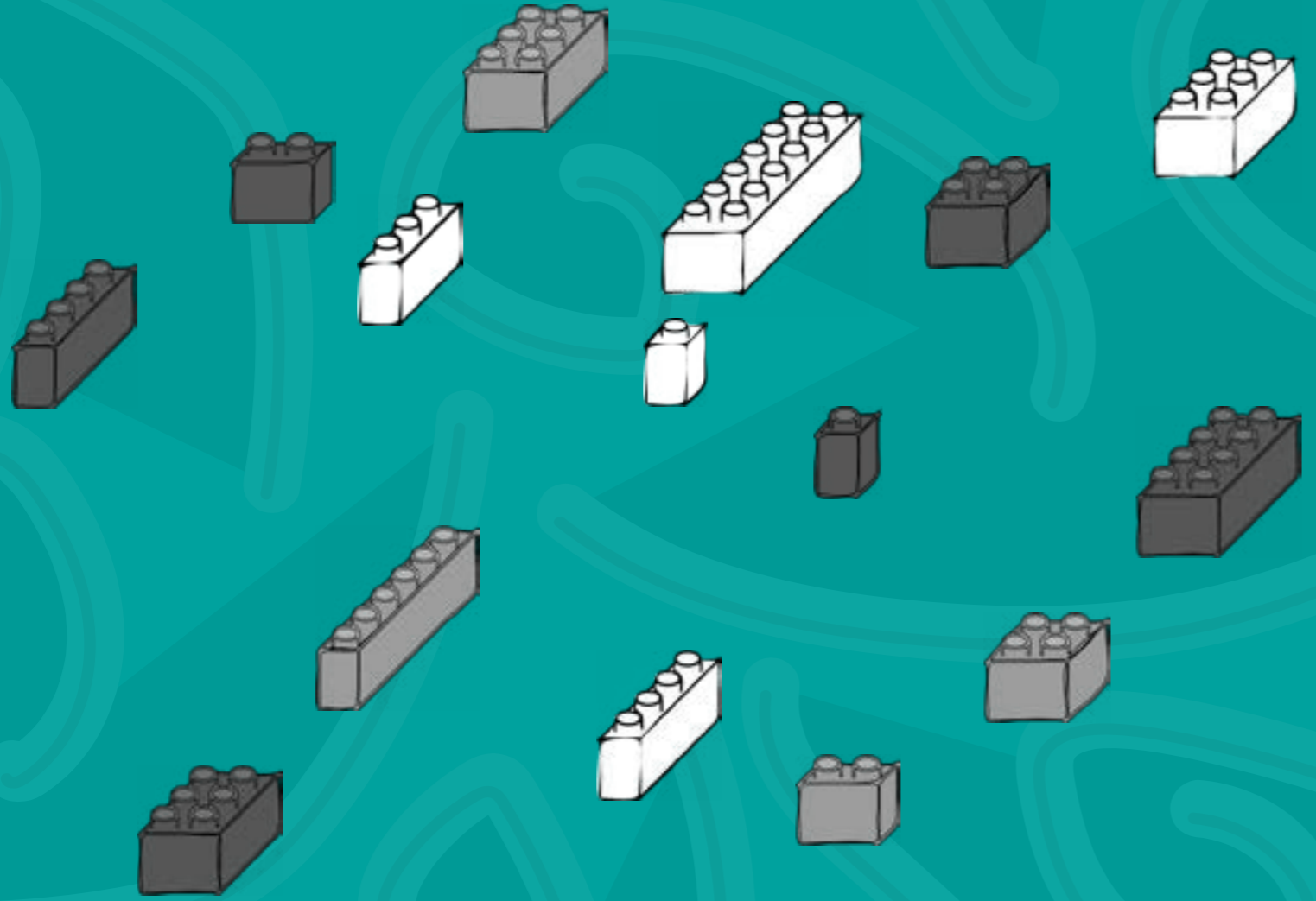
**Frage 1:** Was ist das?

Eine Menge von Bausteinen.

**Frage 2:** Können wir das durchzählen?

**Frage 3:** Welches Problem taucht auf beim Durchzählen?

# ZUM AUFWÄRMEN



**Frage 3:** Wie können wir das sonst ordnen?



# ZUM AUFWÄRMEN

**Frage 3:** Wie können wir das sonst ordnen?

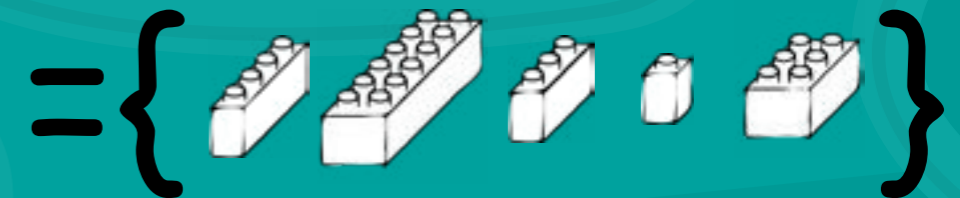
Menge von schwarzen Steinen



Menge von grauen Steinen



Menge von weißen Steinen



# ZUM AUFWÄ...

Diese Mengen sind Teilmengen der Menge aller Bausteine.

... können wir ordnen?

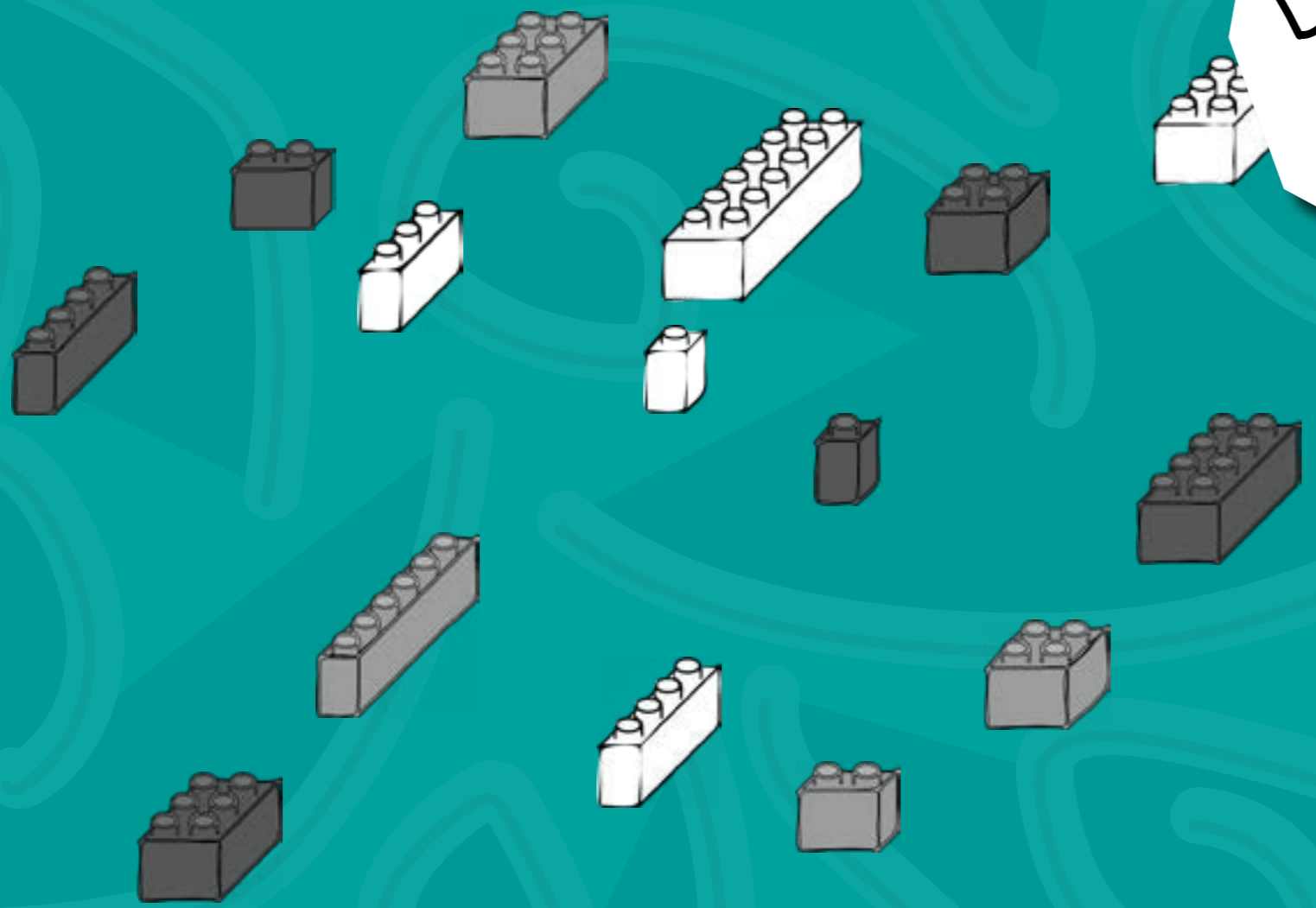
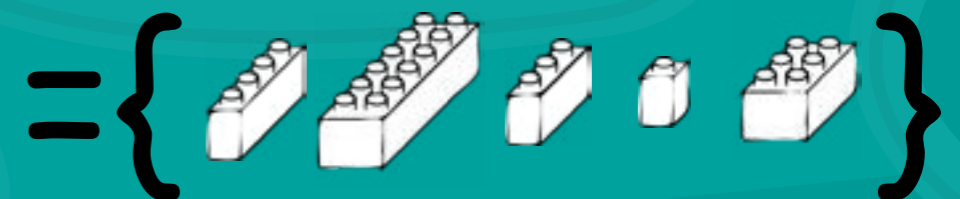
Menge von schwarzen Steinen



Menge von grauen Steinen

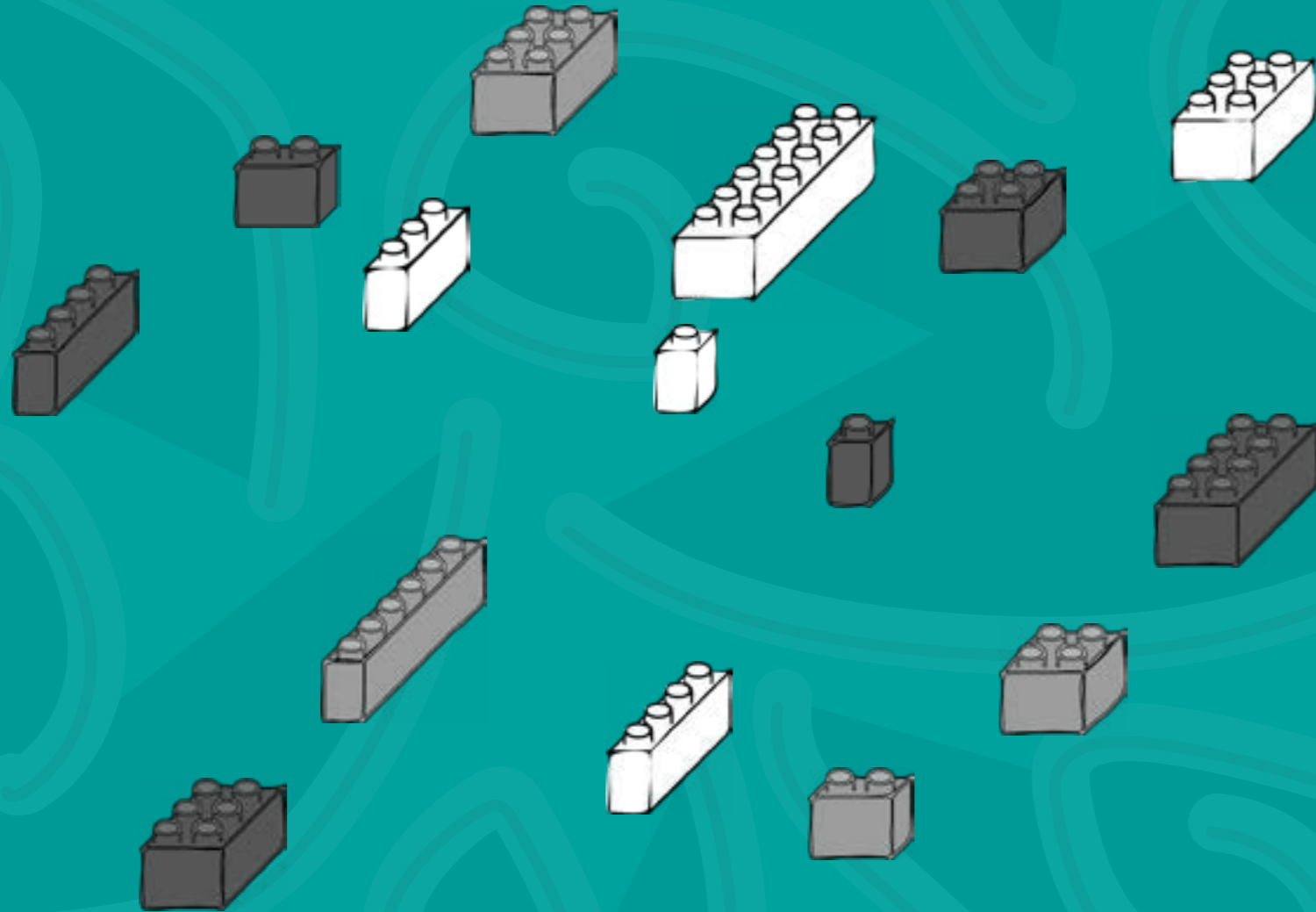


Menge von weißen Steinen



# ZUM AUFWÄRMEN

**Frage 4:** Können wir es noch abstrakter ordnen?



# ZUM AUFWÄRMEN

**Frage 4:** Können wir es noch abstrakter ordnen?

Menge von Farben

= { schwarz, weiß, grau }

Menge von Formen

= {  }

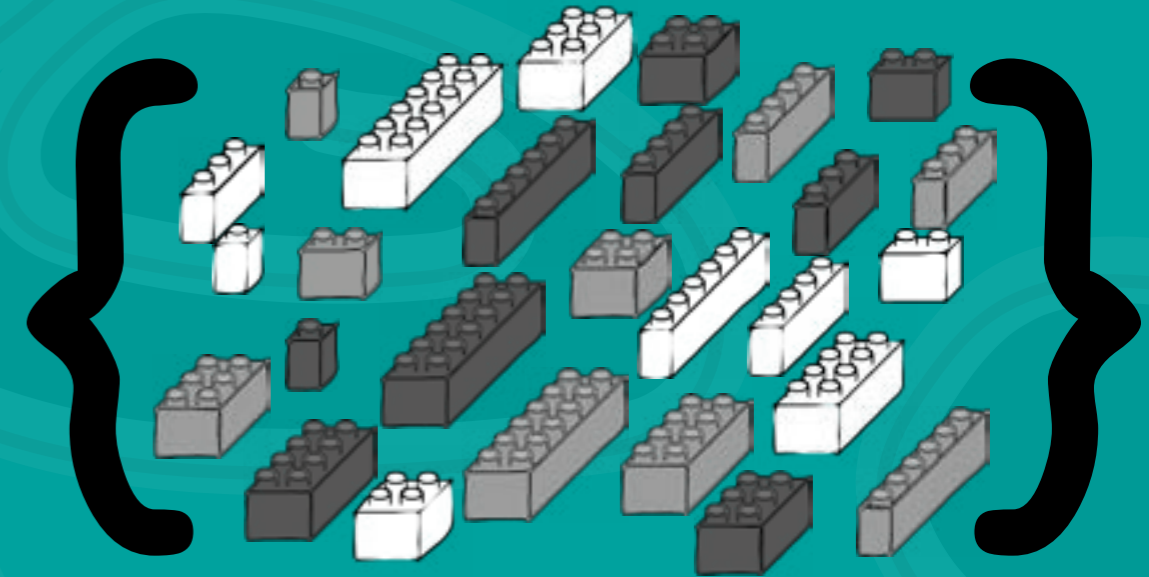
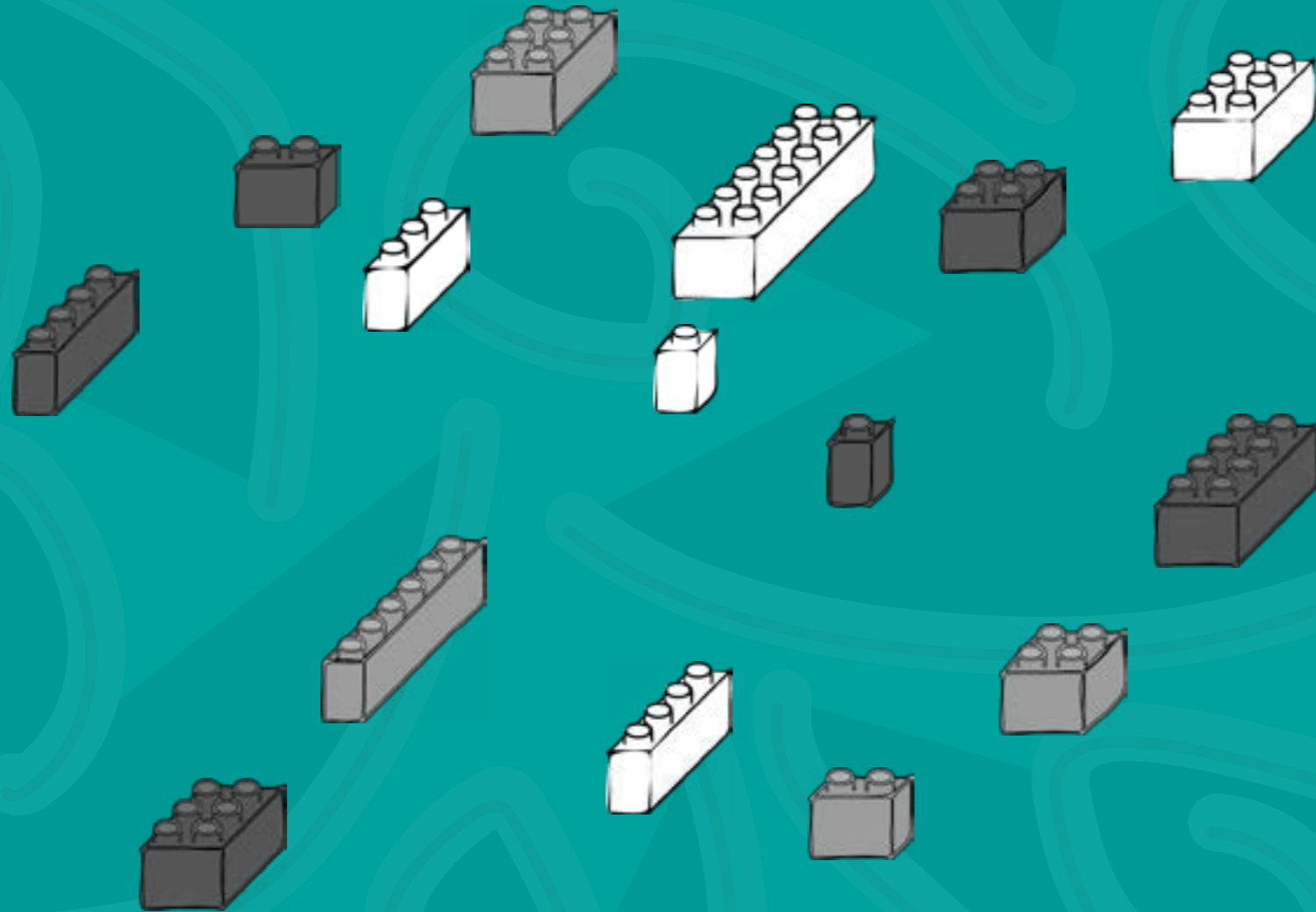
Jeder Baustein lässt sich aus einer Multiplikation aus Form und Farbe herstellen.

grau ×  = 

# ZUM AUFWÄRMEN

Durch die Multiplikation von Formen und Farben lassen sich auch Bausteine herstellen, die es vorher nicht gab. Wir kommen so zur Menge aller möglichen Bausteine.

**Farben x Formen =**

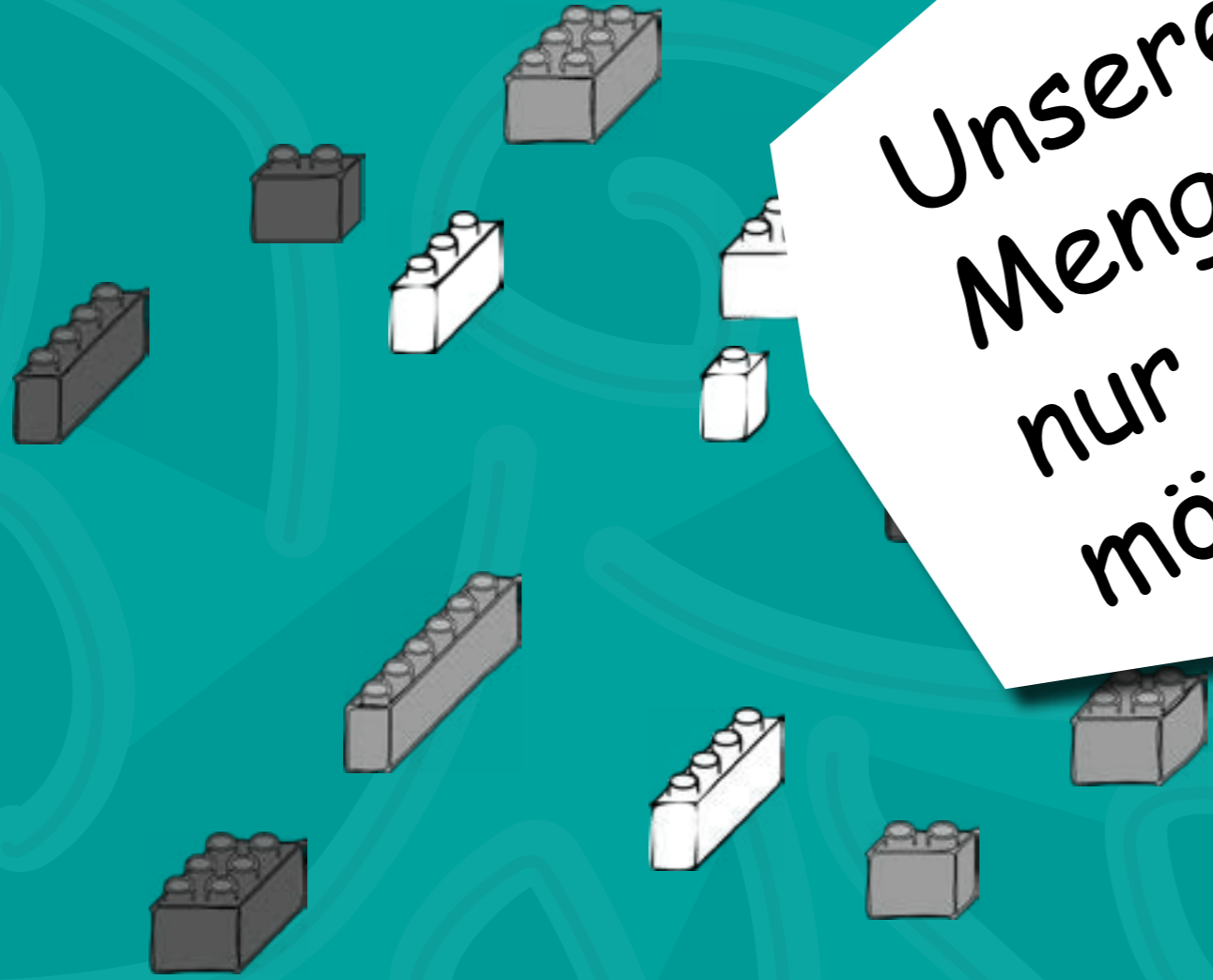
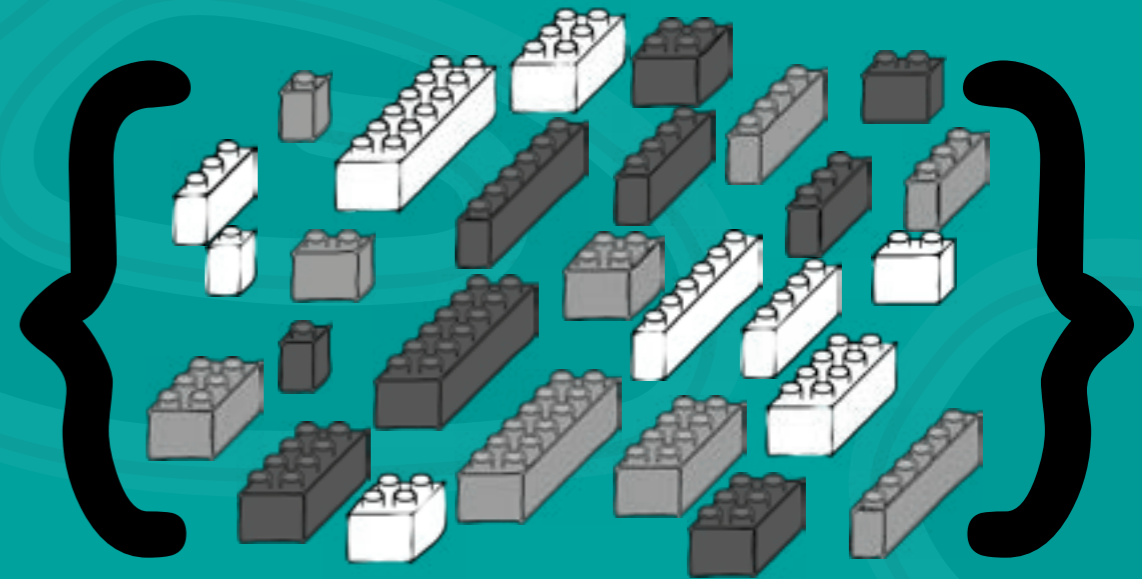


# ZUM AUFWÄRTS

Unsere ursprüngliche Menge von Bausteinen ist nur eine Teilmenge aller möglichen Bausteine.

von Formen und Farben herstellen, die es kommen so zur gleichen Bausteine.

$n \times \text{Formen} =$



# (NEUES VOKABEL) MATHEMATISCHE WERTE

Ein Stück Information, das auch  
anders sein könnte.



Vier Äpfel



„Karl“

# (NEUES VOKABEL) MATHEMATISCHE WERTE

falsch

27

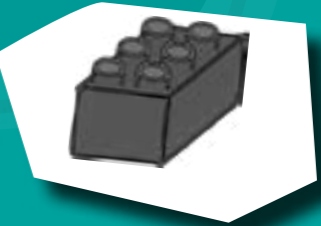
„Auto“

Ein Stück Information, das auch anders sein könnte.

wahr

rot

Alinas Auto







Vier Äpfel



„Karl“

# (NEUES VOKABEL) MATHEMATISCHE WERTE



27

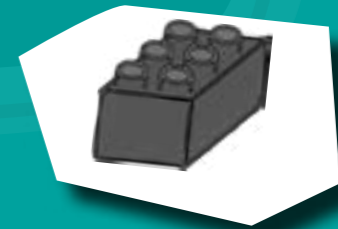
„Auto“

Ein Stück Information, das auch anders sein könnte.



fox

Alinas Auto





~~Vier Äpfel~~



~~„Karl“~~

# (NEUES VOKABEL) MATHEMATISCHE AUSSAGE

falsch

~~2+2~~

~~„Auto“~~

Ein Stück Information das  
ausschließlich die (Wahrheits-)Werte  
„wahr“ oder „falsch“ annehmen kann.

wahr

~~3+3~~

~~Alina's Auto~~





~~Vier Äpfel~~



~~„Karl“~~

# (NEUES VOKABEL) MATHEMATISCHE AUSSAGE

falsch

~~2+2~~

~~„Auto“~~

Wird auch „Boolean“ oder  
„Boolscher Wert“ genannt.

wahr

~~3+2~~

~~Alina's Auto~~



**(NEUES VOKABEL)**

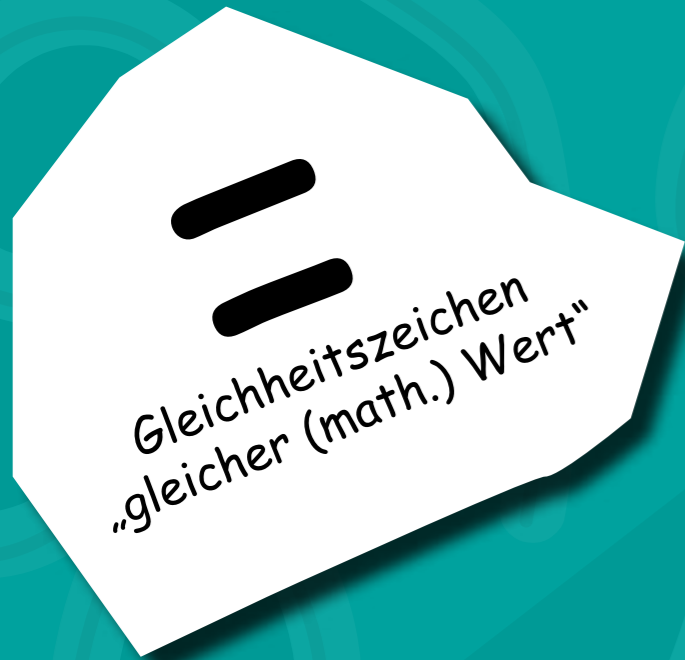
# **RELATION**

Stellt eine Beziehung zwischen Werten her. Diese Beziehung kann „wahr“ oder „falsch“ sein.

(NEUES VOKABEL)

# RELATION

Stellt eine Beziehung zwischen Werten her. Diese Beziehung kann „wahr“ oder „falsch“ sein.



$<, >, \leq, \geq$   
Größer- und Kleinerzeichen

$\subset, \supset, \subseteq, \supseteq$   
Teilmengenzeichen

# (NEUES VOKABEL)

$=$   
Gleichheitszeichen  
„gleicher (math.) Wert“

# RELATION

Die Farbe  
von [X] ist [Y].

Stellt eine Beziehung zwischen Werten her. Diese Beziehung kann „wahr“ oder „falsch“ sein.

$\propto$   
Proportionalitäts-  
zeichen

$\neq, \equiv, \approx, \cong$   
Ungleichheit, Identität, ungefähr, Rundung

$<, >, \leq, \geq$   
Größer- und Kleinerzeichen

$\subset, \supset, \subseteq, \supseteq$   
Teilmengenzeichen

# (NEUES VOKABEL)

$=$   
Gleichheitszeichen  
„gleicher (math.) Wert“

Die Farbe  
von [X] ist [Y].

# RELATION

$\Rightarrow$   
Proportio...  
zeichen  
Wenn links wahr ist dann  
ist auch rechts wahr!

$\Leftarrow$   
Wenn rechts wahr ist  
dann ist auch links wahr!

$\Leftrightarrow$   
Wenn eine Seite wahr ist,  
ist die andere auch wahr!

$\approx, \cong$   
Ungleichheit, Identität, ungefähr, Rundung

## Folgepfeile und Äquivalenz

# DAS GANZE ZUSAMMEN

Welchen Wahrheitswert haben die dargestellten Relationen und Aussagen?

◁, ▷  
Kleiner- und  
Größerzeichen

==  
Gleichheitszeichen  
„gleicher (math.) Wert“

- 1)  $A=A$
- 2)  $A \neq A$
- 3)  $A=B$
- 4)  $A=B$  und  $A \neq B$
- 5) rot
- 6) Wenn  $A=B$  und  $B=C$ ,  
dann auch  $A=C$
- 7) blau=blau
- 8) rot $\neq$ rot
- 9) klein<groß
- 10)  $W=D$
- 11) Das Auto ist rot.
- 12)  $1 \neq 1$
- 13) viel>wenig
- 14) grün<gelb
- 15) ACHTUNG!!!
- 16) Alle Zebra sind  
Säugetiere.
- 17) Alle Säugetiere  
sind Zebras.
- 18) Einige Säugetiere  
sind Zebras.





# DAS GANZE ZUSAMMEN

Welchen Wahrheitswert haben die dargestellten Relationen und Aussagen?

←, →  
Kleiner- und  
Größerzeichen

==  
Gleichheitszeichen  
„gleicher (math.) Wert“

- |    |   |               |     |                                   |                    |
|----|---|---------------|-----|-----------------------------------|--------------------|
| 1) | $A=A$                                     | wahr          | 10) | $W=D$                             | unbekannt          |
| 2) | $A \neq A$                                | falsch        | 11) | Das Auto ist rot.                 | unbekannt          |
| 3) | $A=B$                                     | unbekannt     | 12) | $1 \neq 1$                        | falsch             |
| 4) | $A=B$ und $A \neq B$                      | falsch        | 13) | viel > wenig                      | wahr               |
| 5) | rot                                       | keine Aussage | 14) | grün < gelb                       | !!!Syntaxfehler!!! |
| 6) | Wenn $A=B$ und $B=C$ ,<br>dann auch $A=C$ | wahr          | 15) | ACHTUNG!!!                        | keine Aussage      |
| 7) | blau=blau                                 | wahr          | 16) | Alle Zebra sind<br>Säugetiere.    | wahr               |
| 8) | rot $\neq$ rot                            | falsch        | 17) | Alle Säugetiere<br>sind Zebras.   | falsch             |
| 9) | klein < groß                              | wahr          | 18) | Einige Säugetiere<br>sind Zebras. | wahr               |



# GEORDNETE WERTE

Können diese Werte mit Größer und Kleinerzeichen geordnet werden?

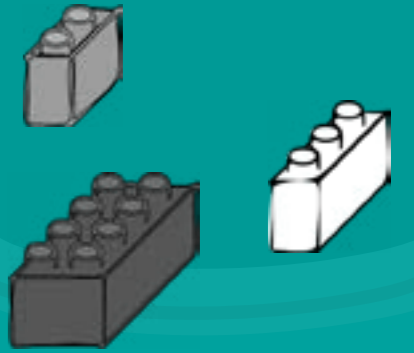
schwarz; grün

wenig; viel;  
sehr wenig

15€; 3€; 20€

d;k;a;z;m;g;h;f

gut; besser; schlecht



Kalles Fahrrad;  
Akifs Fahrrad,  
Samiras Fahrrad



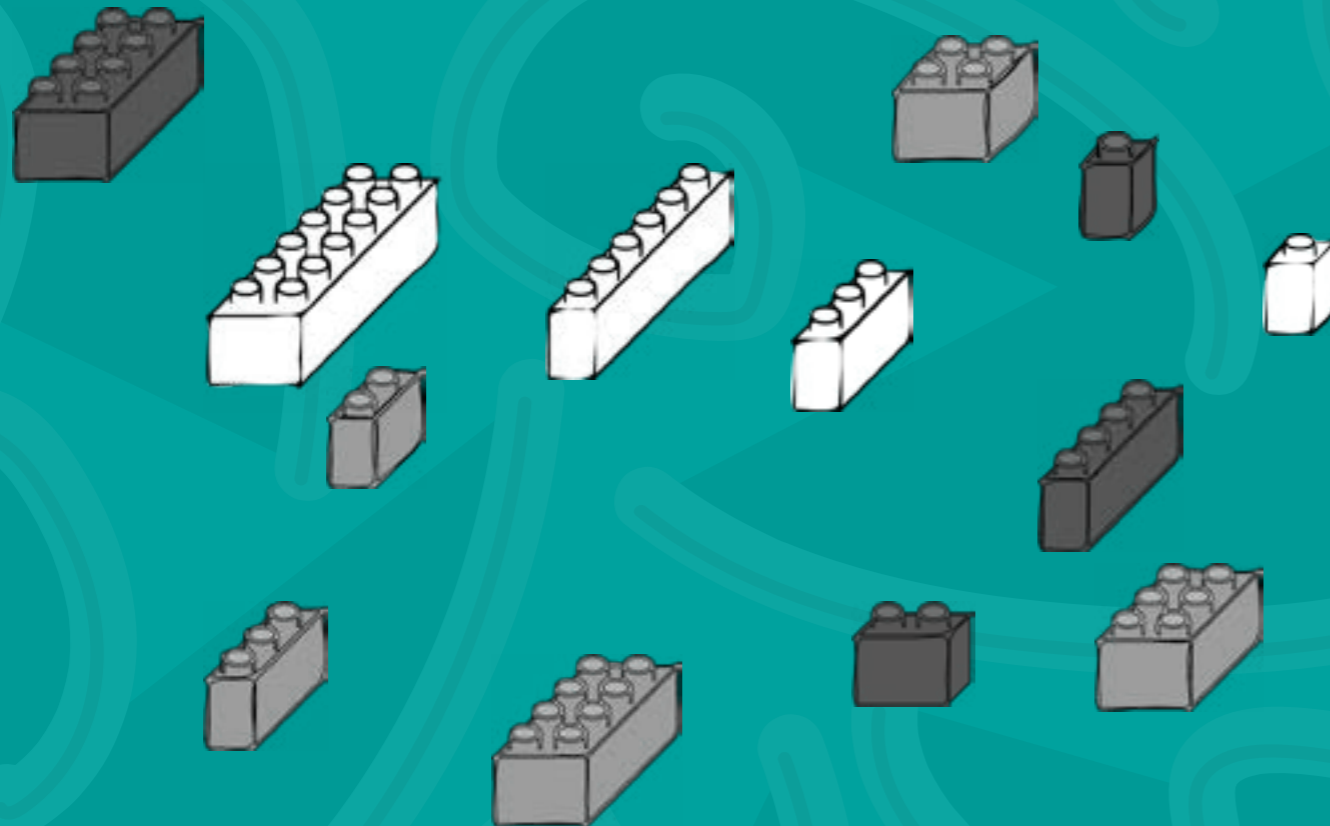
# ACHTUNG!!!

Unterscheidbare Werte sind nicht immer hierarchisch ordnebar.  
Man spricht dann von nominalen Werten. Sie sind nur am Namen  
unterscheidbar.  
(rot, grün, blau)

Andere Werte die geordnet werden können  
heißen ordinale Werte.  
(schlecht, gut, besser)

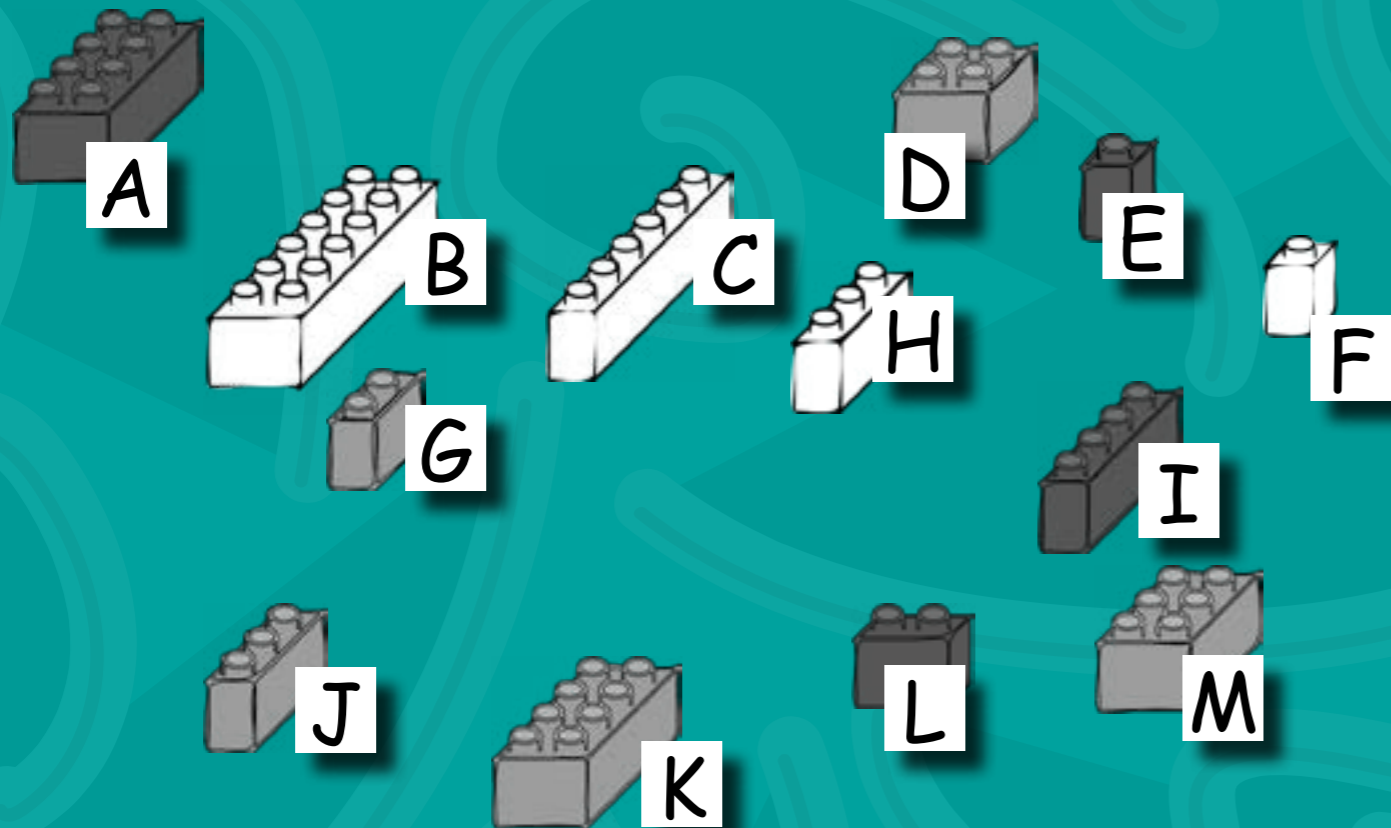
Es ist möglich nominalen Werten, ordinale Werte zu geben  
um sie zu ordnen. Das muss allerdings verständlich gemacht  
werden, sonst versteht niemand was gemacht wird.  
(blau=schlecht; grün=gut; rot=besser)

# ZURÜCK ZU DEN BAUSTEINEN



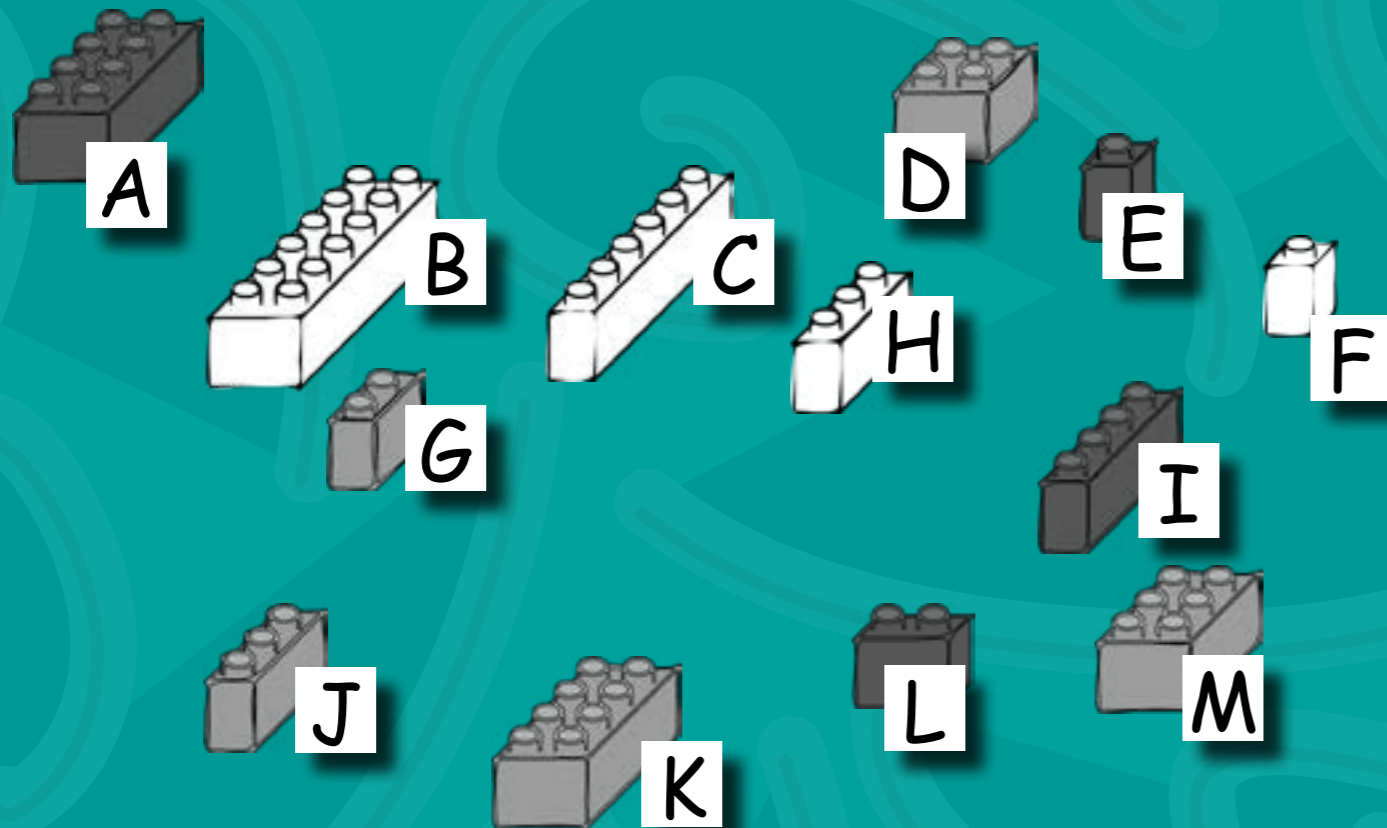
**Frage 1:** Was ist die einfache Methode diese Steine zu ordnen?

# ZURÜCK ZU DEN BAUSTEINEN



**Frage 1:** Was ist die einfache Methode diese Steine zu ordnen?

# ZURÜCK ZU DEN BAUSTEINEN

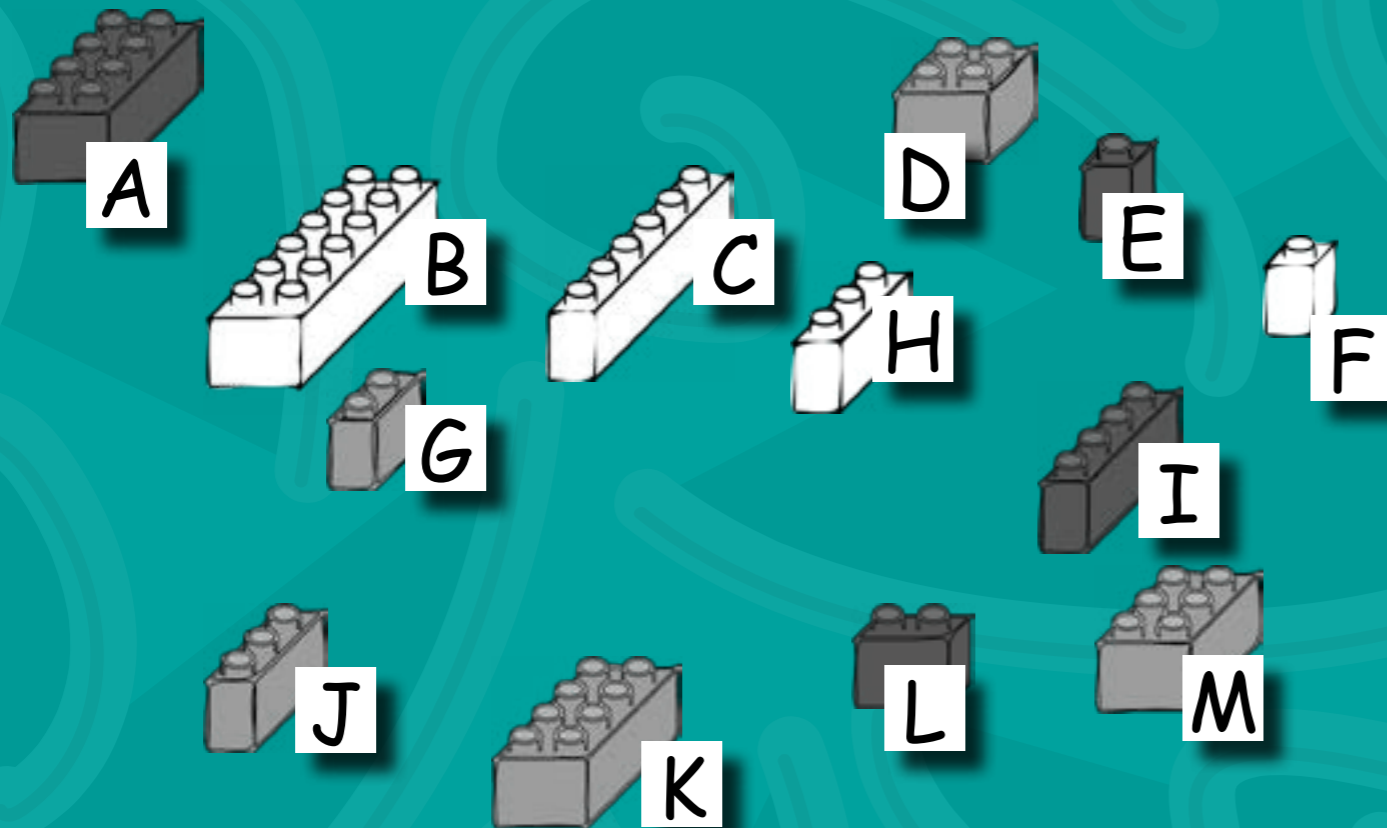


**Frage 1:** Was ist die einfachste Methode diese Steine zu ordnen?

**Frage 2:** Nach alphabetischer Ordnung? Gilt dann  $A < B$  und  $D > E$ ?

**Frage 3:** Warum macht es Sinn die Alphabetische ordnung als nicht als ordinal zu verwenden.

# OH, WIE SCHÖN SIND BAUSTEINE



**Frage 4:** Wir ordnen die Steine jetzt nach „Schönheit“.

Dabei gilt **B** ist der schönste Stein und **I** ist der am wenigsten schöne.

Gilt dann:

$B > I$	$H < E$	$B > A > B$
$K < B$	$B > D > I$	$E > R > I$
$L < I$	$I < H < B$	$B < I$

**Frage 5:** Wie viel schöner ist B als I?

# ACHTUNG!!!

Auch wenn Wert *ordinal* geordnet werden können, heißt das nicht, dass wir damit die „Abstände“ zwischen den Werten verstehen können.  
(schlecht, gut, besser)

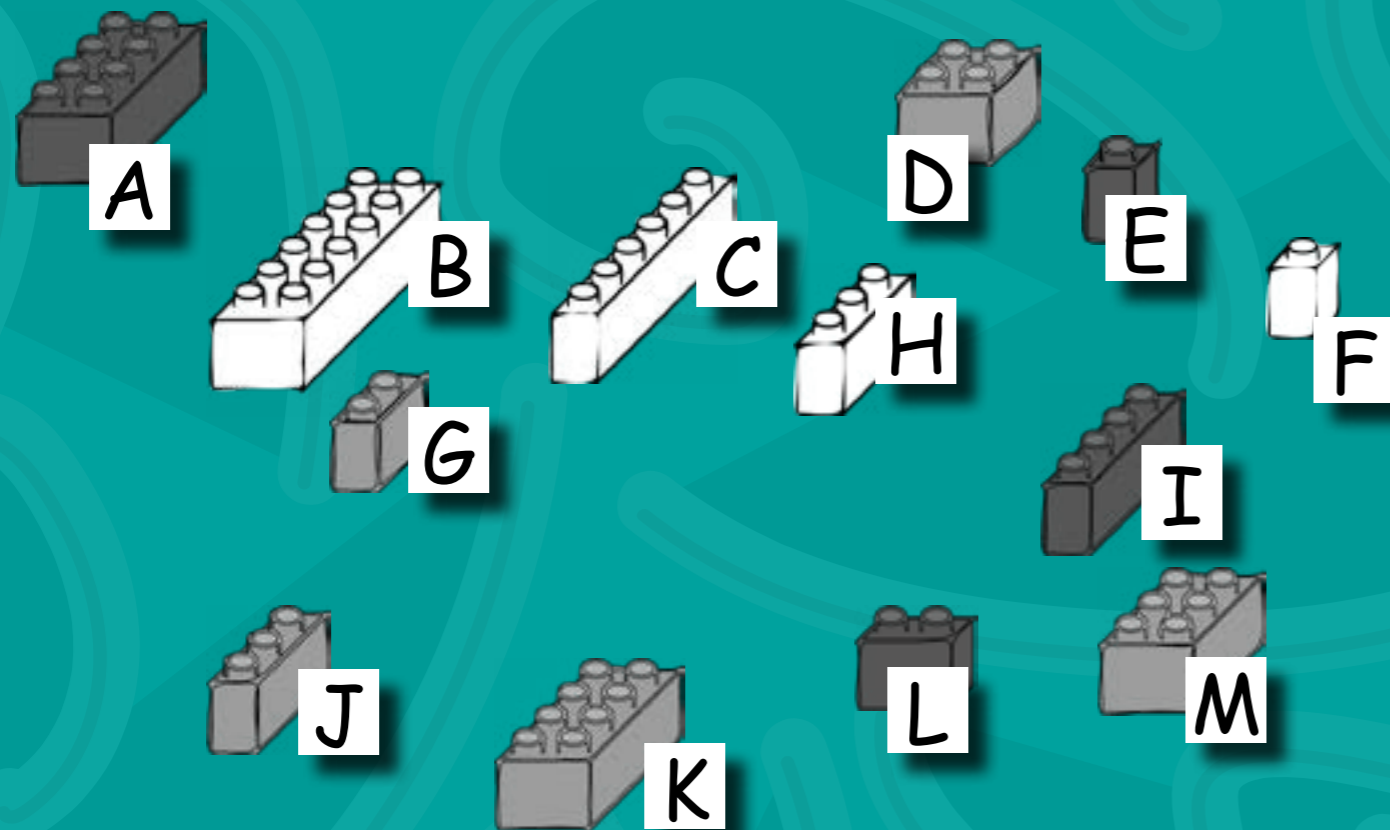
Nur wenn wir sicher wissen, dass die „Abstände“ zwischen den einzelnen Werten gleichmäßig sind, können wir überhaupt so etwas wie die Grundrechenarten verwenden.

Deswegen legen wir „Einheiten“ als Vergleichsgröße fest und zählen alles andere in diesen Einheiten ab.

NUR SO KÖNNEN WIR SICHER SAGEN, DASS  
1 METER + 1 METER = 2 METER  
STIMMT!!!



# ZURÜCK ZU DEN BAUSTEINEN



**Frage 1:** Ordne die Steine der Länge nach.

**Frage 2:** Wenn wir die Steine zusätzlich der Länge nach ordnen. Stimmt dann:

$H > E$

$J > A$

$B > F$

$E > L$

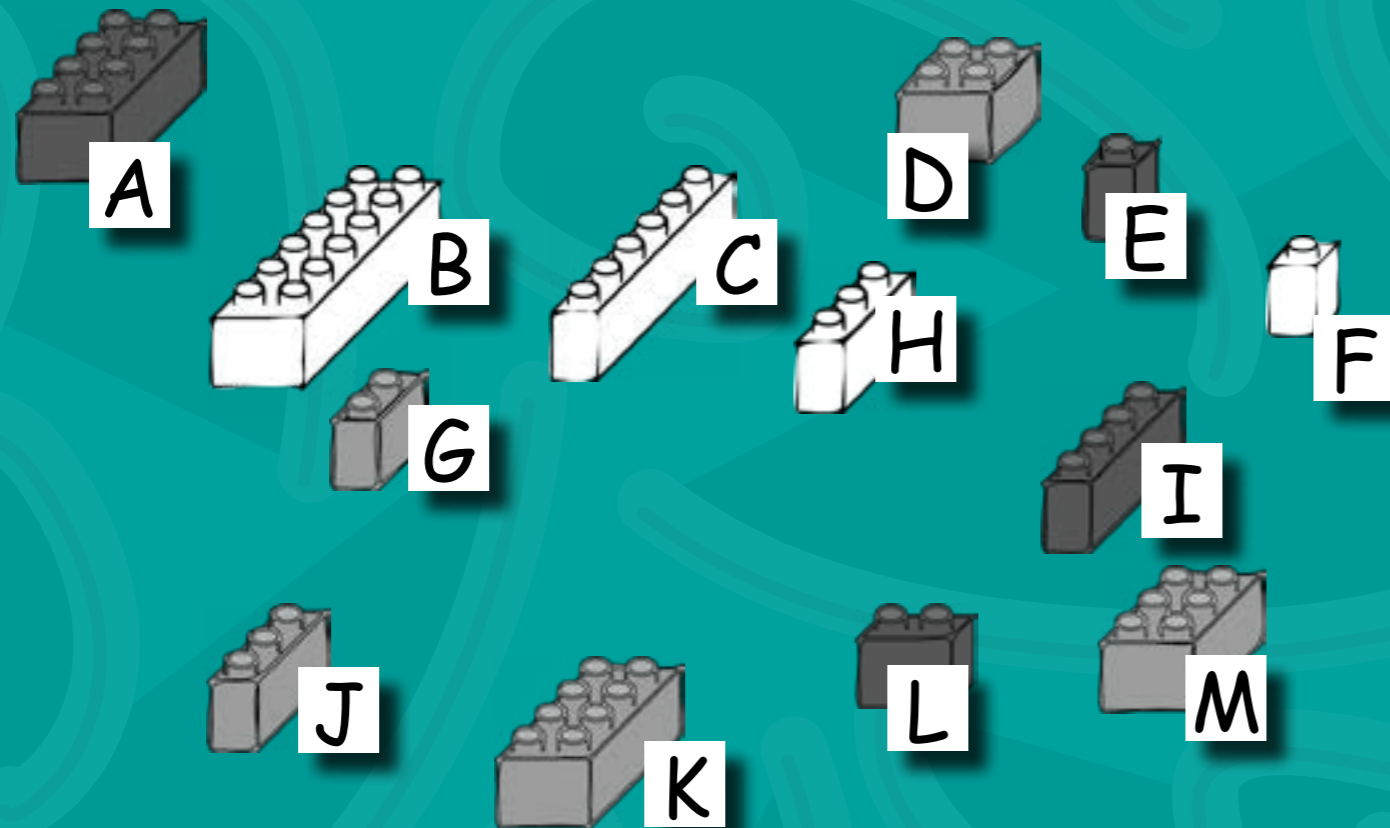
$M > K$

$C > D$

**Frage 3:** A ist wievielmal so lang wie E.

**Frage 4:** Wie lang ist D?

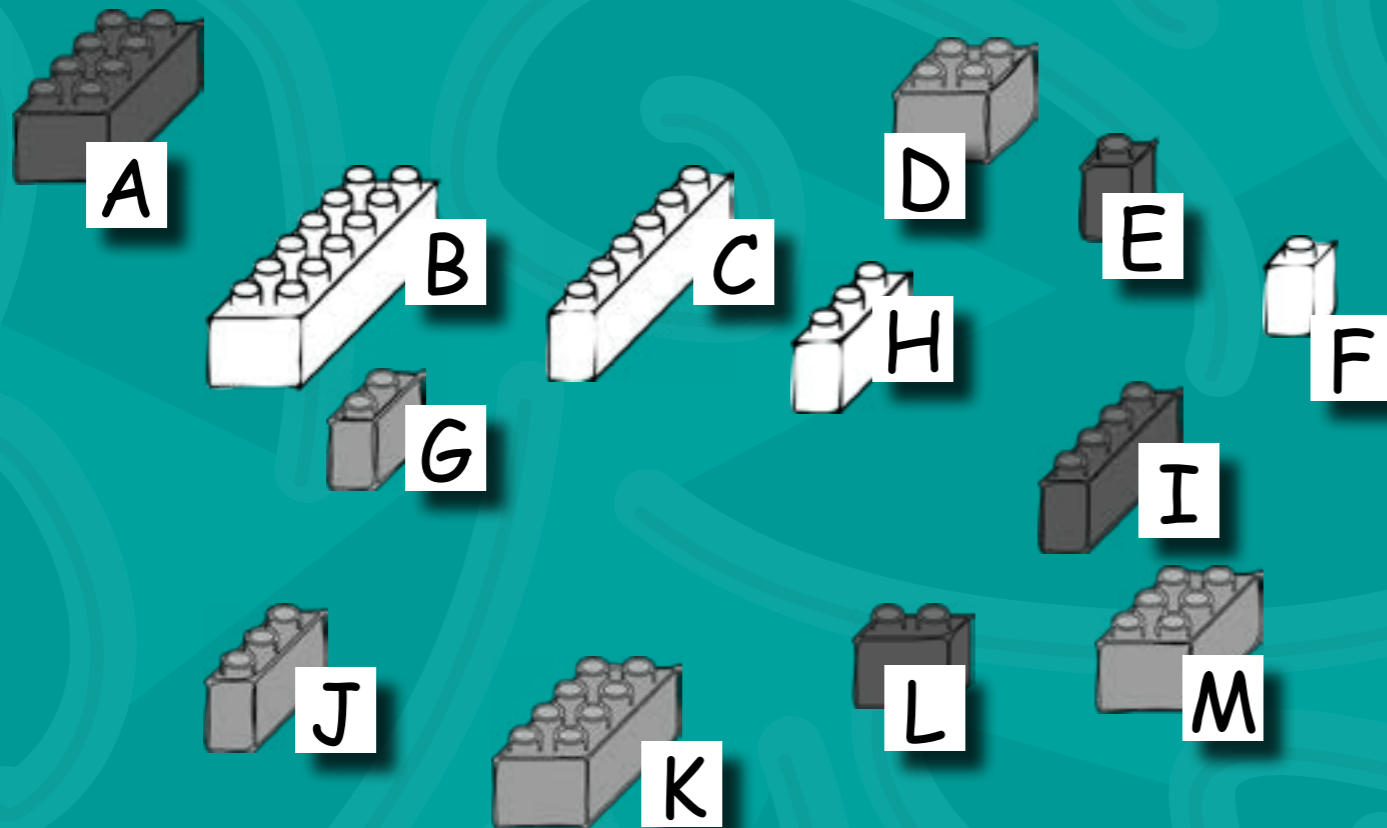
# BAUSTEINE ALS EINHEITEN



**Frage 5:** Wir verwenden den Baustein F als Einheit.

Wie lang sind H, C, I und B?

# BAUSTEINE ALS EINHEITEN



**Frage 5:** Wir verwenden den Baustein F als Einheit.

Wie lang sind H, C, I und B?

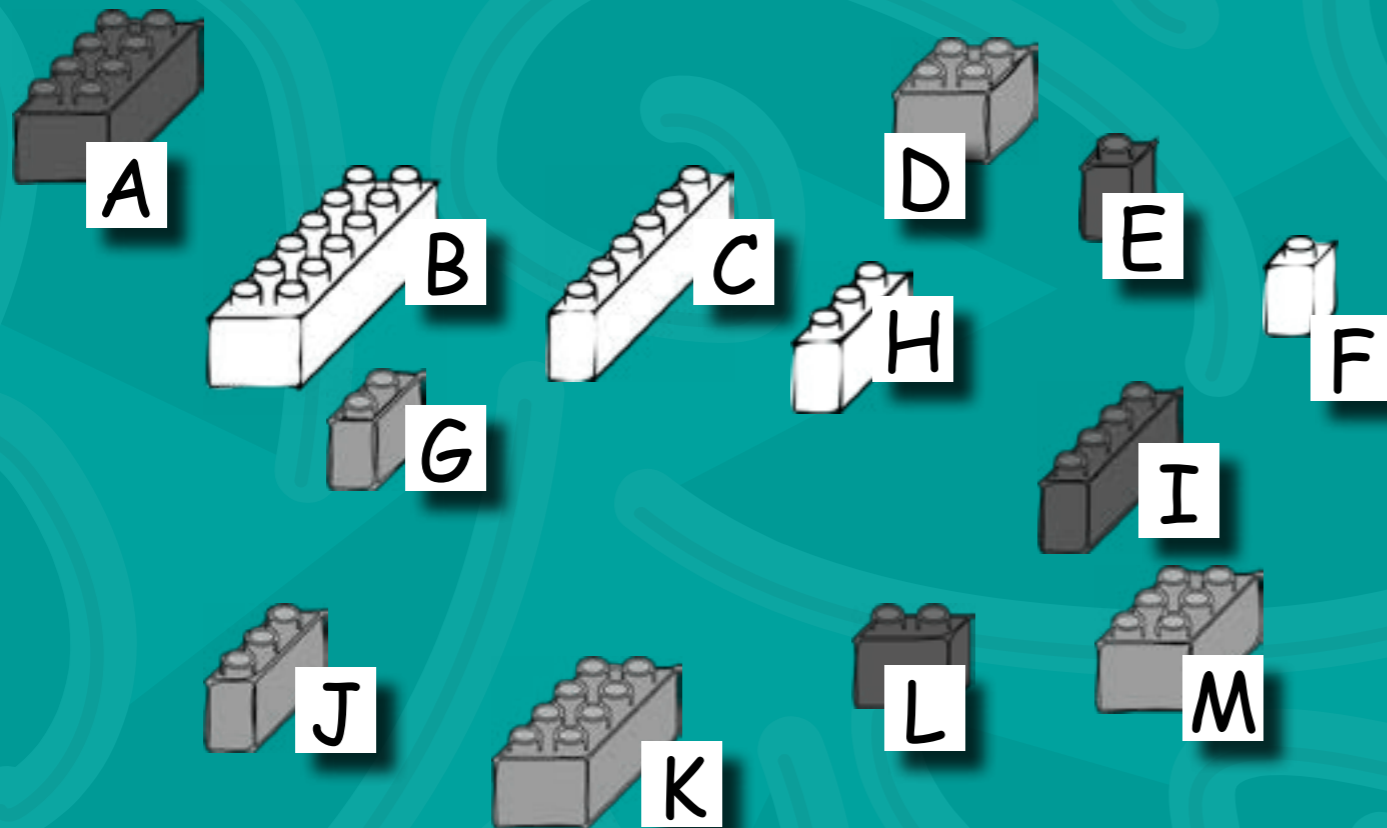
$$H = 3F$$

$$I = 4F$$

$$C = 6F$$

$$B = 6F$$

# BAUSTEINE ALS EINHEITEN



**Frage 5:** Wir verwenden den Baustein F als Einheit.

Wie lang sind H, C, I und B?

$$H = 3F$$

$$I = 4F$$

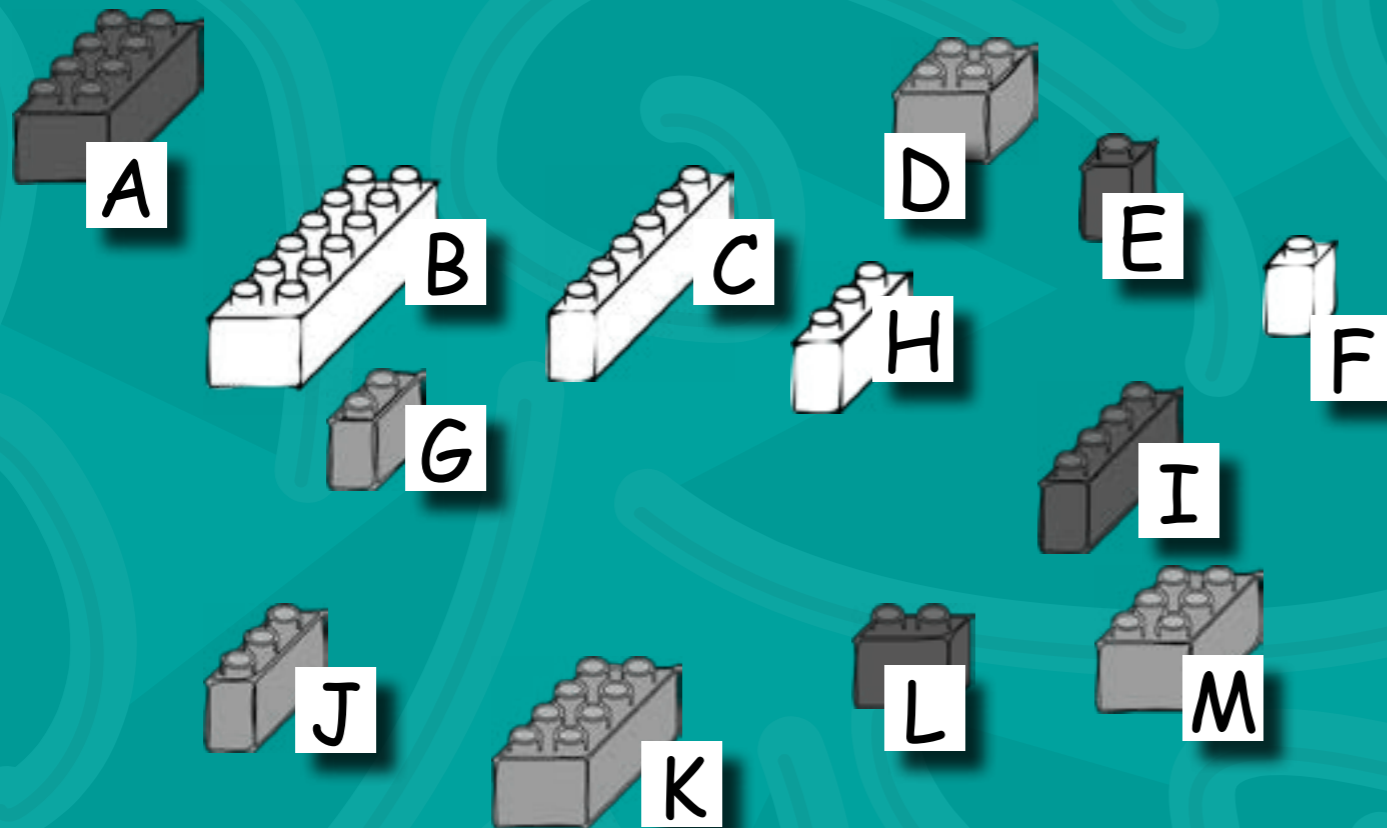
$$C = 6F$$

$$B = 6F$$

**Frage 6:** Wir verwenden den Baustein G als Einheit

Wie lang sind D, C, A und I?

# BAUSTEINE ALS EINHEITEN



**Frage 5:** Wir verwenden den Baustein F als Einheit.

Wie lang sind H, C, I und B?

$$H = 3F$$

$$I = 4F$$

$$C = 6F$$

$$B = 6F$$

**Frage 6:** Wir verwenden den Baustein G als Einheit

Wie lang sind D, C, A und I?

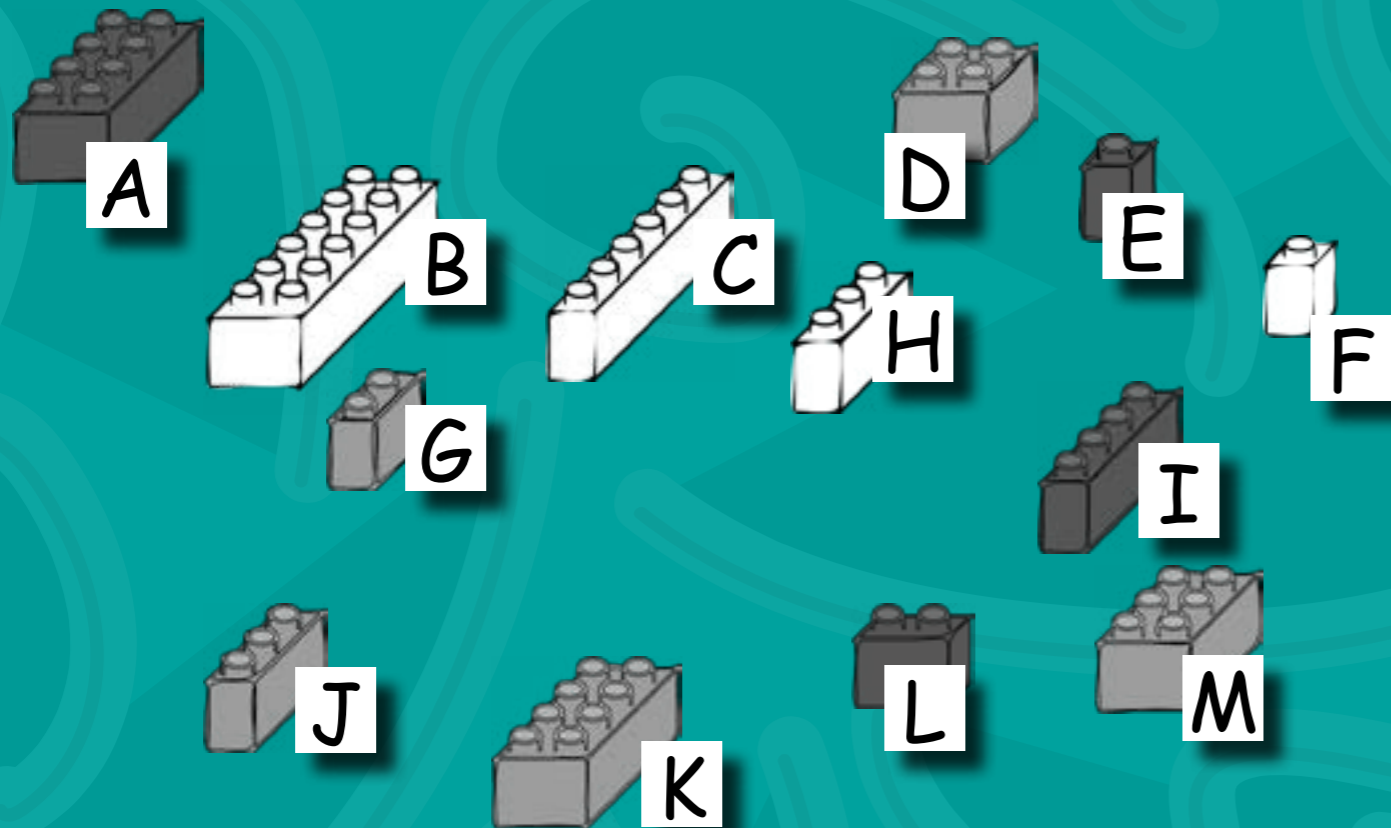
$$D = 1G$$

$$A = 2G$$

$$C = 3G$$

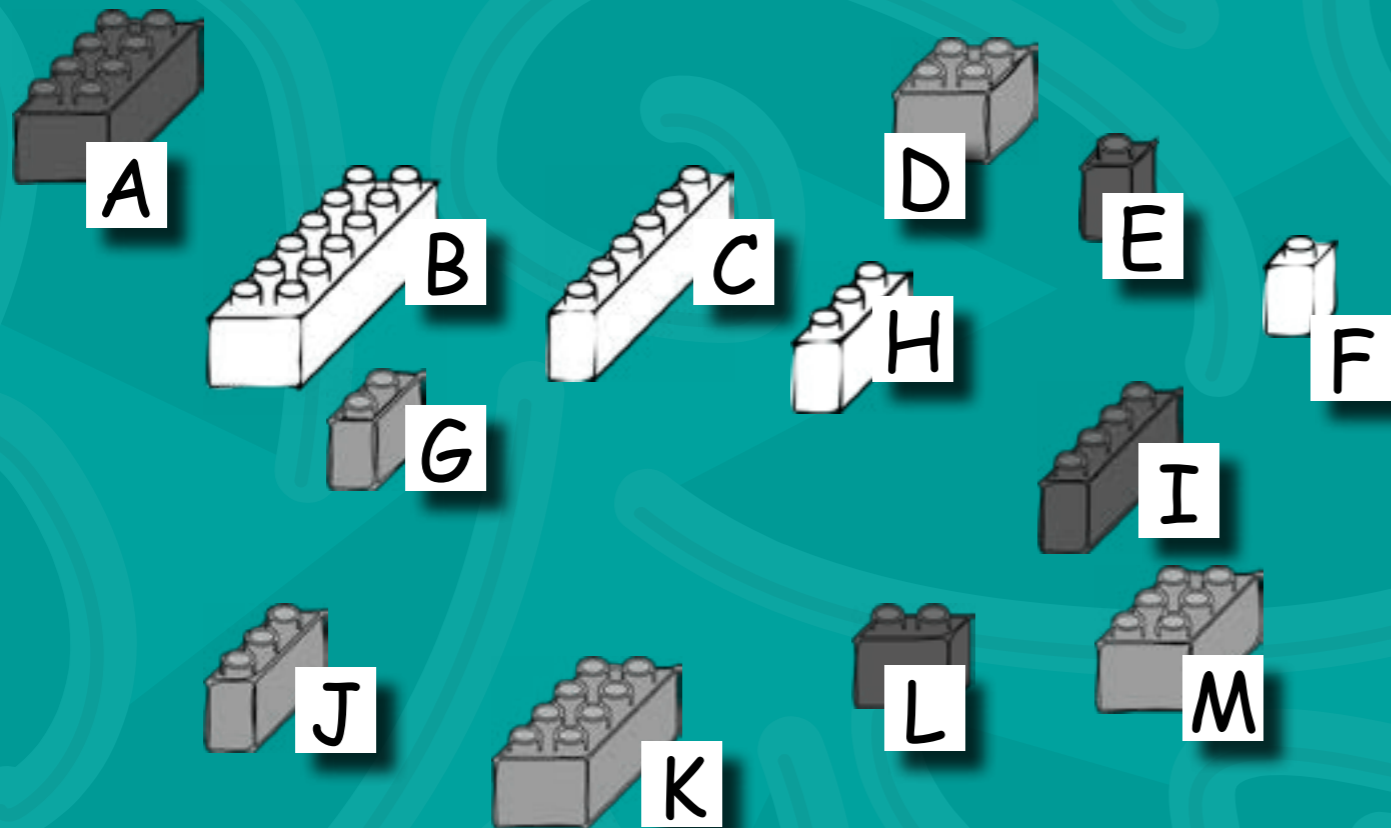
$$I = 2G$$

# BAUSTEINE ALS EINHEITEN



**Frage 7:** Ist auch ein Stein der 5E lang ist denkbar? Was ist mit 7E, 20E, 1000E.

# BAUSTEINE ALS EINHEITEN



**Frage 7:** Ist auch ein Stein der 5E lang ist denkbar? Was ist mit 7E, 20E, 1000E.

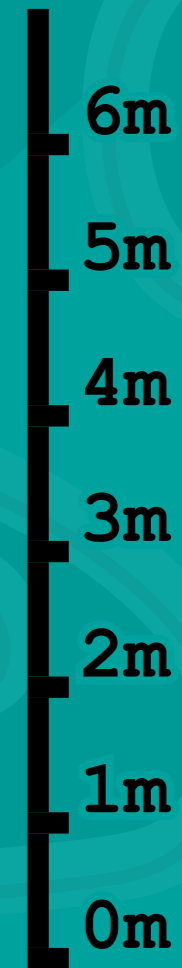
Plötzlich wird die Menge aller möglichen Bausteine unendlich groß.

# ZUR VERDEUTLICHUNG



Die Skala links ist zwar geordnet, aber sonst kaum brauchbar. Hier gilt  $1b+1b \neq 2b$ ! Damit können wir nicht rechnen! Das ist ganz schlimmer Mist.

Die Skala rechts bietet sehr viel mehr Möglichkeiten, weil alle Abstände gleich sind. Sie erlaubt uns den Meter als Einheit zu verwenden und alle anderen Abstände daraus zu berechnen.





1 Kilogramm

1 €

1 Meter

(NEUES VOKABEL)

# EINHEIT

1 Baustein

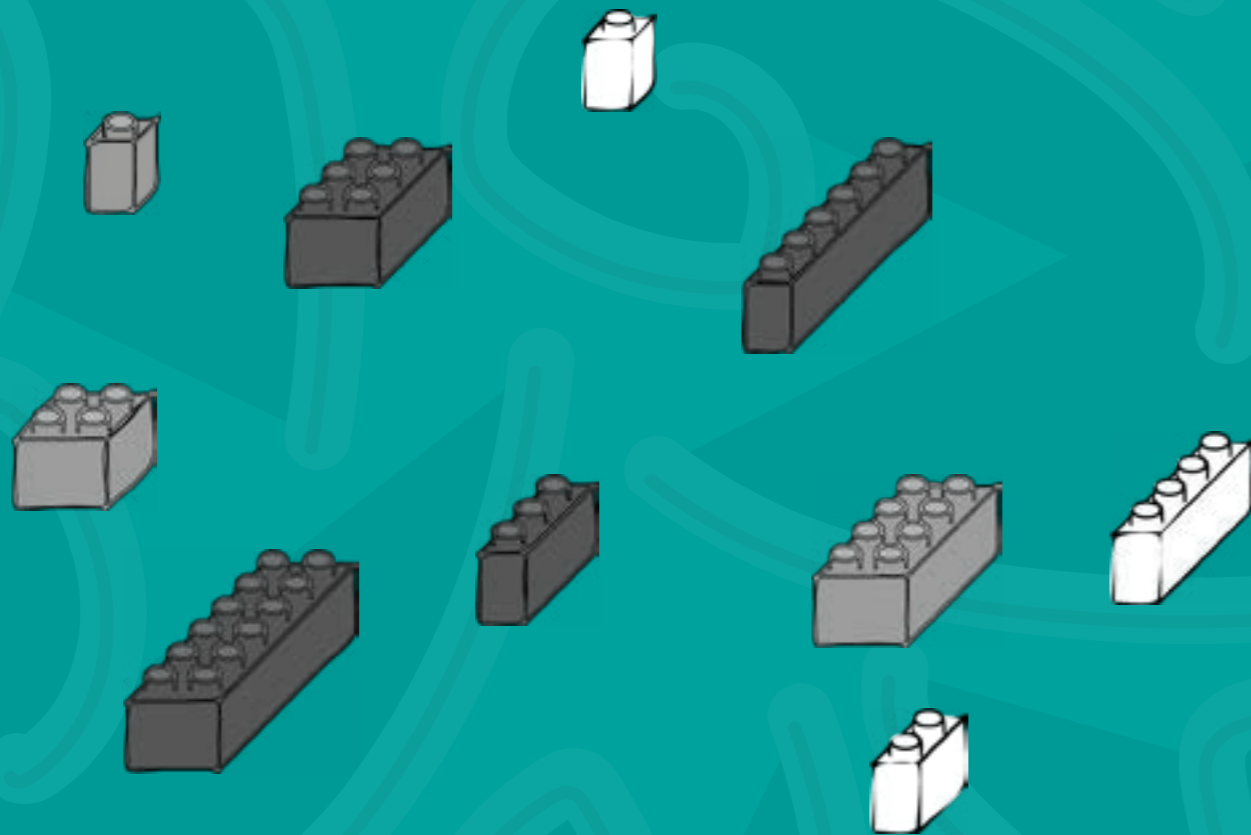
1 Liter

Ein Wert, an dem andere Werte abgezählt und gemessen werden können.

1 Apfel

1 Person


# GEMISCHTE EINHEITEN



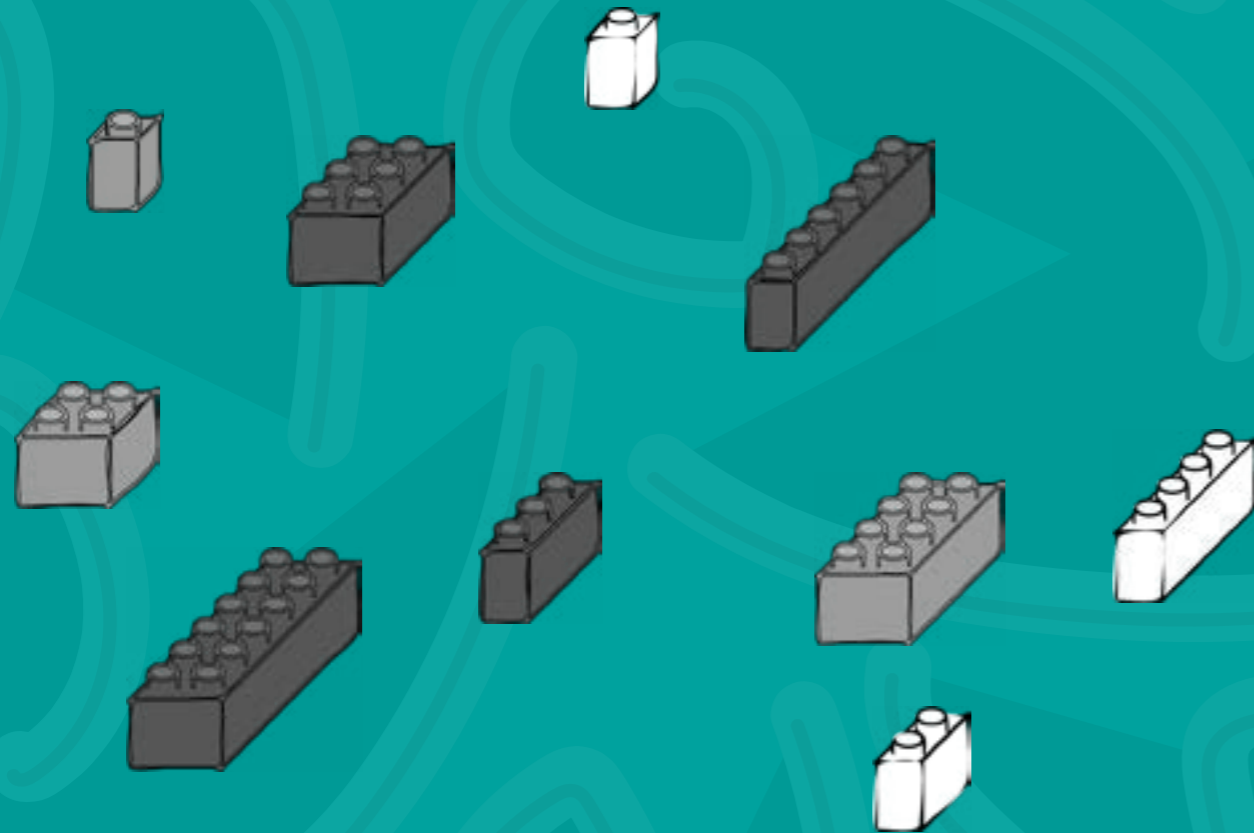
**Frage 1:** Wir wollen die Längen der Bausteine nach Farbe bestimmen.

Dabei verwenden wir folgende Einheiten: , , .




Was ist die Länge der einzelnen Farben in diesen Einheiten?

**Frage 2:** Was ist die Länge der aller schwarzen Steine wenn wir  als Einheit verwenden?

# GEMISCHTE EINHEITEN



**Frage 3:** Ist es möglich den Stein  als Einheit für weiß zu verwenden?

**Frage 4:** Wir legen fest, dass gilt  =  = . Wie lang ist die Gesamtlänge aller Bausteine?

# ACHTUNG!!!

Unterschiedliche Einheiten können nicht addiert werden, wenn es keine strikte Vorschrift gibt, wie sie zu addieren sind.

$$1\text{m} + 1\text{km} = 1001\text{m}$$

$$1\text{m} + 1\text{kg} = 1\text{m} + 1\text{kg}$$

ABER!!! Unterschiedliche Einheiten können multipliziert werden und dabei neue Einheiten erschaffen werden.

$$1\text{m} * 1\text{s} = 1\text{ms}$$



# ZUSAMMENFASSUNG

## Menge

Eine Sammlung von unterscheidbaren Objekten und Werten.

## Wert

Ein Stück Information, das auch anders sein könnte.

## Aussage

Etwas, dass nur die Werte „wahr“ oder „falsch“ annehmen kann.

## Relation

Eine Beziehung zwischen Werten die „wahr“ oder „falsch“ sein kann.

## nominale Werte

Werte die unterscheidbar aber nicht ordnebar sind.

## ordinale Werte

Werte die in eine strenge Reihenfolge geordnet werden können

## metrische Werte

Streng geordnete Werte, die anhand einer Einheit abgezählt werden können.

## Einheit

Ein Wert anhand dessen andere Werte abgezählt oder gemessen werden. Unterschiedliche Einheiten können nur addiert werden wenn es strikte Vorschriften gibt. Sie können jedoch leicht multipliziert werden.

Nur Einheiten erlauben es uns zu sagen, dass  $1+1 = 2$  wahr ist. Ohne Einheiten sind die Grundrechenarten hinfällig.

1 Kilogramm

1 €

1 Meter

# ABER...

1 Baustein

1 Liter

1 Apfel

Eine „Einheit“ ist grundlegender als alle anderen und bildet das Bindeglied.

1 Person

1 Kilogramm

1 €

1 Meter

**ABER...**

**1**

1 Baustein

1 Liter

1 Apfel

Eine „Einheit“ ist grundlegender als alle anderen und bildet das Bindeglied.

1 Person

# LETZTE ANFÜGUNG

Eine Funktion bildet eine Menge auf eine andere Menge ab. Sie ordnet jedem Wert in der einem Menge einen anderen festen Wert in einer anderen Menge zu.

So ist es möglich Werte in andere umzuwandeln.



$$f(x) = ???$$

Beispiele für Funktionen:

*Nummeriere alle Bausteine!*

*Gib mir die Länge der einzelnen Bausteine!*

*Welche Farbe haben die einzelnen Bausteine!*



# UND BEIM NÄCHSTEN MAL...

Wir lernen die Menge der natürlichen  
Zahlen  $\{1;2;3;4;5;\}$

Wir beschäftigen uns mit Addition und  
Multiplikation und den Rechenalgorithmen.

Wir lernen die Vorteile des  
Dezimalsystems kennen.

Wir lernen das einsetzen und Umrechnen  
von Werten.

**DANKE FÜR DIE  
AUFMERKSAMKEIT**